

MATEMÁTICA BÁSICA

Pregunta 1 (5 puntos)

Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones (use un método gráfico o analítico para justificar su respuesta).

- a) (1,5P) La siguiente expresión imaginaria: $(1+i)^4 + 4(1+i) - i^3$, es igual a $3i$.
- b) (1,5P) La siguiente expresión imaginaria: $i^{5412} + (1+i)^2 - (1-i)^2$, es igual a 1.
- c) (1P) Si los puntos $A(m; 2n+2)$ y $B(-2; -n+1)$ son simétricos con respecto al origen, entonces $m+n$ es igual a -1 .
- d) (1P) Si una de las raíces de la ecuación $ax^3 - (a+1)x^2 - 4 = 0$, es $x=2$; entonces $a=2$.

Solución.

a) Recordar que $(1+i)^2 = 2i$; $i^3 = -i$

$$\text{Así: } (1+i)^4 = (1+i)^2(1+i)^2 = (2i)(2i) = -4$$

$$(1+i)^4 + 4(1+i) - i^3 = -4 + 4 + 4i - (-i) = 4i + i = 5i \neq 3i \quad (\text{F})$$

b) $i^{5412} = 1$ pues el exponente es múltiplo de 4.

$$(1+i)^2 = 2i; (1-i)^2 = -2i$$

$$\text{Así: } i^{5412} + (1+i)^2 - (1-i)^2 = 1 + 2i - (-2i) = 1 + 4i \neq 1 \quad (\text{F})$$

c) Como A y B son simétricos respecto al origen, entonces sus coordenadas tienen signos opuestos:

$$m = -(-2) = 2; 2n+2 = -(-n+1) \Rightarrow n = -3$$

$$\text{Así: } m+n = 2 + (-3) = -1 \quad (\text{V})$$

d) Como $x=2$ es raíz, reemplazando:

$$a(2)^3 - (a+1)(2)^2 - 4 = 0$$

$$8a - 4a - 4 - 4 = 0 \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \quad (\text{V})$$

PROBLEMA BASADO EN
EL SÍLABO DEL CURSO,
APUNTES DE CLASE,
LIBRO DE REFERENCIA
O EXÁMENES PASADOS

